

ESERCITAZIONE 2

IL CALCOLO COMBINATORIO

A) Esercizi svolti

1. Contare le terne ordinate formate con le lettere A,B,C,D. (Le ripetizioni sono ammesse)
2. Una carta geografica contiene 5 paesi. La si vuole colorare (ogni paese con un colore diverso) , avendo a disposizione sette diversi colori. In quanti modi si può fare ?
3. In quanti modi diversi sette amici possono viaggiare su un'auto che ha solo cinque posti? E se solo uno di essi ha la patente ?

4. (Scritto del 19/05/94)

Il signor Rossi ha sei amici , A, B, C, D, E, F. Decide di visitarli tutti nei prossimi tre giorni, al ritmo di due al giorno . Quante possibilità ci sono ? Se vuole visitare A il primo giorno , a quante si riducono le possibilità ?

5. (Scritto del 20/09/94)

Il governo di un piccolo stato ha deciso di introdurre un nuovo criterio per la numerazione delle targhe automobilistiche. Le nuove targhe saranno formate da quattro simboli alfanumerici. Sono allo studio le possibilità :

1) Due lettere (scelte fra le ventisei dell'alfabeto inglese) seguite da due cifre numeriche (scelte fra le usuali cifre della base 10).

2) Una lettera e tre cifre (scelti come sopra) : in questo caso , la lettera può essere collocata in una posizione qualunque rispetto alle tre cifre .

Con quale dei due criteri si ha a disposizione il maggior numero di targhe ?

Soluzioni

1) Si tratta delle disposizioni (perché conta l'ordine !) con ripetizione di 4 elementi , presi a tre a tre cioè $D_{4,3}^{(Rip)} = 4^3$

2) Si hanno sette colori , da usare 5 per volta (uno per ciascun diverso paese) (non sono ammesse ripetizioni dei colori e ovviamente conta l'ordine con cui si usano)

Dunque si tratta di disposizioni semplici di sette elementi da prendere a cinque a cinque , cioè

$$D_{7,5} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

3) Sono le combinazioni (poiché non conta l'ordine con cui gli amici entrano in macchina) di sette elementi da prendere a cinque a cinque ,cioè :

$$C_{7,5} = \binom{7}{5} = \binom{7}{7-5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$$

(Si ricordi che $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$)

Se uno solo ha la patente , questideve salire in macchina ; quindi restano quattro posti , e sei amici.

Dunque in questo caso , le possibilità sono

$$C_{6,4} = \binom{6}{4} = \binom{6}{6-4} = \binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

4) Il primo giorno il sig. Rossi ha $C_{6,2} = \binom{6}{2} = 15$ possibili scelte .

Il secondo giorno ha solo più $C_{4,2} = \binom{4}{2} = 6$ scelte.

Il terzo giorno ne ha solo più una (d'altronde $C_{2,2} = \binom{2}{2} = 1$).

Dunque in tutto ha $15 \cdot 6 \cdot 1 = 90$ possibilità.

Se A viene visitato il primo giorno , allora :

il 1° giorno ha solo 5 scelte

il 2° giorno ha $C_{4,2} = 6$ scelte

il 3° giorno ha solo 1 scelta

Dunque ha $5 \cdot 6 \cdot 1 = 30$ possibili scelte .

5) Esaminiamo le due possibilità:

1) Sono $a=26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10$; infatti in questo caso le targhe sono stringhe del tipo:

L	L	N	N
---	---	---	---

dove per L si hanno 26 scelte e per N si hanno 10 scelte ;quindi le possibilità sono $26^2 \cdot 10^2$

2) Sono $b=26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 4$; infatti si hanno le targhe del tipo :

L	N	N	N
---	---	---	---

oppure

N	L	N	N
---	---	---	---

N	N	L	N
---	---	---	---

N	N	N	L
---	---	---	---

dove per L ci sono 26 possibilità e per N ci sono 10 possibilità ; quindi le possibilità sono $4 \cdot 26 \cdot 10^3$. Osserviamo che $b > a$. Infatti :

$4 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 > 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10$ poiché $40 > 26$.

Quindi la seconda scelta è quella che offre il maggior numero di targhe

B) Esercizi proposti

1) Quante “cinquine” al lotto ?

2) Quante possibili schedine al totocalcio ?

3) Il signor Rossi ha 5 vestiti , 16 cravatte e 8 cappelli. In quanti modi può scegliere di vestirsi (con vestito, cravatta e cappello)?

In quanti modi può scegliere 5 vestiti , 5 cravatte e tre cappelli ?

4) Un magazziniere deve codificare 9.000 oggetti con un codice :

Lettera	cifra	cifra
---------	-------	-------

Le cifre devono essere diverse e non può usare né A,B,C né 0,1.

Quanti codici può formare ? Riesce a codificare tutti gli articoli ? In caso contrario ideare un codice adatto.

5) Un gruppo di amici è composto di 12 ragazzi e 8 ragazze. Hanno un'auto con 5 posti e stabiliscono che partiranno 3 ragazzi e 2 ragazze. Quante possibilità ci sono ?

6) Quanti numeri di tre cifre, fra loro diverse, si possono scrivere utilizzando le 10 cifre 0,1,.....,9 ?

7) Quanti numeri di quattro cifre , fra loro diverse , e divisibili per due si possono scrivere utilizzando le 10 cifre 0,1,....,9 ?

8) In quanti modi 6 persone possono disporsi intorno ad un tavolo rotondo , intendendo che due configurazioni coincidono quando ciascuno ha le stesse persone accanto ?

[Torna al Sommario](#)